

LA MATERIALITAT DE LES MATEMÀTIQUES: PROHIBIT NO TOCAR LA HISTÒRIA AL MUSEU¹

ELENA MENTA OLIVA

UNIVERSITAT DE BARCELONA

ORCID: 0009-0004-7897-2253

Resum: Es pot experimentar la història de les matemàtiques a través d'allò tangible? Aquest treball es proposa com a objectiu comunicar la història de les matemàtiques a través de recursos museogràfics propis de museus de matemàtiques actuals. Aquest objectiu es concreta teòricament acotant la historiografia als estudis de la cultura material de la pràctica matemàtica, i acotant l'estratègia museogràfica a recursos interactius propis de règims tàctils d'exhibició. La part central del treball consisteix en la descripció d'una unitat expositiva, implementable en un museu, conformada per set mòduls que relacionen un material manipulable, un repte matemàtic i reflexions teòriques sobre la història de les matemàtiques. Els set materials (suports d'inscripció antics, àbacs, compassos, pissarres, targetes perforades, calculadores i ordinadors) són objectes de la història de les matemàtiques que contextualitzen la pràctica matemàtica. Aquest conjunt transmet la importància de la materialitat en configurar la pràctica i resultats matemàtics, enriquant la percepció de les matemàtiques com a saber històric i culturalment arrelat.

Paraules clau: museus de matemàtiques; història de les matemàtiques; museum studies; cultura material; exposició; materials manipulatiu

1. Aquest article està basat en el treball final del màster homònim, dirigit pel Dr. Jaume Sastre Juan (IHC-UAB), en el marc del màster interuniversitari d'Història de la Ciència (UAB-UB-IMF-UPF) el curs 2023-2024, i guanyador del Premi SCHCT per a treballs de màster en història de la ciència amb una orientació professional (2025). El treball articula les seves motivacions a partir de les observacions fetes durant les pràctiques curriculars al Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA). La conversió del TFM en aquest article ha estat possible gràcies a l'ajuda CEX2021-001169-M finançada per MICIU/AEI/ 10.13039/501100011033. Vull fer també una menció especial a la Marta Ovejero, a qui agraeixo la digitalització dels dibuixos i el suport al disseny de les figures.

Abstract: Is it possible to experience the history of mathematics through tangible objects? This work aims to communicate the history of mathematics through the museographic resources of contemporary mathematics museums. This goal is theoretically specified by limiting the historiography to the study of the material culture of mathematical practice, and by limiting the museum strategy to interactive resources typical of tactile exhibition regimes. The paper's central part consists of describing an exhibition unit that can be implemented in a museum. It is composed of seven modules that relate a manipulable material, a mathematical challenge, and theoretical reflections on the history of mathematics. The seven materials (old writing surfaces, abacuses, compasses, blackboards, perforated cards, calculators, and computers) are objects from the history of mathematics that contextualise mathematical practice. This ensemble conveys the importance of materiality in shaping mathematical practice and results, enriching the perception of mathematics as historically and culturally embedded knowledge.

Keywords: museums of mathematics; history of mathematics; museum studies; material culture; exhibition; hands-on exhibits

Introducció

Es poden experimentar les matemàtiques a través d'allò tangible? I es pot experimentar així també la història de les matemàtiques? Els museus de matemàtiques actuals són l'evidència que la primera pregunta pot tenir una resposta afirmativa. Aquest article vol donar una resposta afirmativa també a la segona pregunta.

La conjunció de les paraules «museu» i «matemàtiques» sovint sorprèn. Per una banda, de museus en coneixem molts d'art, d'història, d'arqueologia, d'història natural, de ciències, etc. Però no de matemàtiques, ja que n'hi ha molt pocs en tot el món. Per altra banda, la imatge que en general tenim de les matemàtiques ens fa difícil imaginar com es poden exhibir les matemàtiques en un museu. Col·locant números en vitrines? Mostrant textos amb fórmules? Col·leccionant calculadores i llapis? Omplint les parets d'imatges de matemàtics importants?

El present treball neix de la curiositat per investigar la manera en què aquests museus comuniquen les matemàtiques, i el repte d'explorar com podrien arribar a comunicar també la història de les matemàtiques.

Aquesta pregunta per la possible conjunció entre la historiografia i la museografia de les matemàtiques esdevé especialment motivadora a la llum de l'actualitat d'ambdós àmbits: per una banda, en història de les matemàtiques, aquestes últimes dècades hi ha hagut canvis respecte al corrent tradicional centrat en la història de les idees, que han generat noves narratives sobre les matemàtiques que cal comunicar, i per altra banda, els museus de matemàtiques són d'aparició recent i, especialment a Catalunya, ens són propers, tenint a casa nostra el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA).

Per la seva actualitat i proximitat, en aquest treball, el repte d'explorar aquest encaix ve travessat també per una voluntat de contribuir al desenvolupament del potencial d'aquests museus, de fer-hi un retorn des de la recerca, de convertir en pràctica i propositiva la investigació sobre l'espai, la forma i el contingut de la comunicació matemàtica. Així, la recerca teòrica que es presenta a continuació està al servei del disseny d'una proposta implementable en museus de matemàtiques com el MMACA. Aquesta proposta serà una unitat expositiva titulada «Prohibit no tocar la història de les matemàtiques», que mostrarà que és possible conjugar la història de les matemàtiques i la seva experimentació a través d'allò tangible.

La primera part de l'article ofereix un breu marc teòric que serveix de fonament per a la proposta pràctica posterior. S'hi respon a les preguntes «En quins museus introduir la història?» (secció 2), «Quina història introduir als museus?» (secció 3) i «Com pensar els museus on introduir la història?» (secció 4). Per començar, es contextualitzarà els museus de matemàtiques actuals com a l'espai de comunicació científica en què s'emmarca aquest treball, tot fent una breu relació de trets comuns que es voldran preservar en la proposta perquè hi quedi harmònicament integrada. A continuació, es presentarà el ventall de propostes historiogràfiques que permeten apropar-se a la història de les matemàtiques (tot acotant el treball específicament a la història de la cultura material) i es repassarà breument la literatura pertinent de *museum studies* (posant èmfasi en els règims d'exhibició que inclouen la interactivitat). La historiografia de les matemàtiques proporcionarà el contingut que es vol comunicar; els *museum studies* proporcionaran les eines analítiques per dissenyar i analitzar críticament la forma amb què es vol comunicar.

En la segona part de l'article (secció 5) es concretarà la proposta pràctica, que pretén, efectivament, museïtzar la materialitat de les pràctiques històriques de les matemàtiques a través d'un règim tàctil d'exhibició: una unitat expositiva. Es justificarà que els set mòduls dissenyats per a l'exposició (formats per un material manipulatiu, un repte matemàtic i un plafó amb reflexions sobre la història de les matemàtiques) poden generar experiències mediades essencialment per objectes de la cultura material que conviden a ubicar la materialitat i el seu context en la imatge social de les matemàtiques.

Finalment, la tesi que aquest treball aspira a (de)mostrar és que la materialitat de la pràctica matemàtica al llarg de la història es pot museïtzar de manera coherent amb el format interactiu propi dels museus de matemàtiques actuals. A més, això pot contribuir a transmetre la idea que les matemàtiques no són només un corpus de coneixement textual, independent de l'experiència i ahistòric, sinó un coneixement construït a través d'unes pràctiques socials i històriques, mediades per la materialitat.

En quins museus introduir la història?

Els museus de matemàtiques actuals són pocs arreu del món, i d'aparició recent. Per exemple, els principals museus són el National Museum of Mathematics (MoMath) de Nova

York, del 2012; el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA), que s'establí com a exposició permanent a Cornellà el 2014; el Mathematikum de Giessen, del 2002; l'Erlebnisland Mathematik de Dresden, del 2008; Il Giardino di Archimede de Florència, del 2004... També es troben exposicions permanents sobre matemàtiques en museus de ciències (com el Palais de la Découverte de París, o el Deutsches Museum de Múnic) o algunes sales d'exposició en universitats (com l'Aula Taller Museo de las Matemáticas π -ensa a la Universidad Politécnica de Madrid (2014), l'exposició Ix-quadrat a la Technische Universität München (2002) o el Meet Math Museum a la Universitat Al-Quds de Jerusalem (2007)).²

En les funcions i objectius de tots aquests museus és comuna (i predominant) la preocupació divulgativa i educativa: es busca estimular reflexions i aprenentatges matemàtics tot transmetent una imatge positiva i propera de les matemàtiques. Això s'evidencia per les descripcions que ofereixen els mateixos museus a les seves webs, on es presenten utilitzant expressions com «treballar per divulgar i estimular una imatge social positiva»³, «estimular la recerca, encendre curiositat»⁴, «ajudar a articular mecanismes de cognició»⁵ o «despertar ganes de matemàtiques»⁶.

També tots ells comparteixen la forma en què es treballa l'acompliment d'aquests objectius: a través de materials manipulatius (*hands-on exhibits*) que apropen els aprenentatges matemàtics a través d'experiències interactives. De nou, en les descripcions dels propis museus això es veu amb expressions com: «experiències interactives i activitats de manipulació»⁷, *dynamic exhibits*⁸, «matemàtiques per tocar»⁹, «exposició participativa (*Mitmach-Ausstellung*), tangible, peces que no estan darrere vidre i conviden a provar i experimentar activament»¹⁰... I la visita s'ha de viure sota el precepte «Prohibit no tocar!». Són,

2. Per una relació més extensa d'espais de museització de les matemàtiques, cfr. https://www.mathcom.wiki/index.php?title=Math_Museums

3. «El MMACA treballa per divulgar i estimular una imatge social positiva de les matemàtiques, apropant-les a les persones mitjançant experiències interactives i activitats de manipulació.» (Cfr. <https://mmaca.cat/lassociacio-mmaca/>)

4. «*The MoMath highlights the role of mathematics in illuminating the patterns and structures all around us. Its dynamic exhibits, galleries, and programs are designed to stimulate inquiry, spark curiosity, and reveal the wonders of mathematics. The Museum's innovative exhibits will engage visitors of every age, from 1 to 100!*» (Cfr. <https://momath.org/>)

5. «Com sua coleção de objetos que materializam ideias abstratas, o Museu da Matemática Prandiano ajuda o visitante a articular os mecanismos da cognição e perceber a importância de um artefato para o desenvolvimento de uma teoria e, certamente, vice-versa.» (Cfr. <https://www.prandiano.com.br/museu/>)

6. «Das Ix-quadrat ist eine Mitmach-Ausstellung, die Lust auf Mathematik weckt und bei der Hands-on-Mathematik im wahrsten Sinne des Wortes (be)greifbar ist. (...) Alle Ausstellungsstücke, die nicht hinter Glas sind, laden zum aktiven Ausprobieren und Experimentieren ein und sind genau für diesen Zweck bestimmt.» (Cfr. <https://www.math.cit.tum.de/math/departement/outreach-activities/ix-quadrat/>)

7. Cfr. nota 2.

8. Cfr. nota 3.

9. «Mathematik zum Anfassen» (Cfr. <https://erlebnisland-mathematik.de/ueber-uns/>)

10. Cfr. nota 5.

per tant, exemplars de règims d'exhibició protagonitzats per un cert tipus d'interactivitat que promou la manipulació tàctil dels objectes.

A efectes de la motivació d'aquest treball, també és necessari assenyalar l'absència de la història de les matemàtiques en aquests museus. En la majoria de museus de matemàtiques, la incorporació de la història no és un objectiu central i, per tant, no hi té una presència destacada. No són llocs on es defugi frontalment la història de les matemàtiques (pot aparèixer com a inspiració o com a complement informatiu de certs materials), però no es treballa activament per donar-li centralitat en les activitats del museu, en l'exposició permanent o en els mòduls en concret. Apareix així la història de manera més anecdòtica o complementària, que no pas com a contingut central.

Tot i aquesta tendència general, mereixen una menció algunes excepcions de museus de matemàtiques que sí que n'incorporen la història. Il Giardino di Archimede és l'únic que inclou la comunicació de la història com a part central dels seus objectius, i ho resol amb uns recorreguts històrics capturats en plafons informatius i continguts a la web. Hi ha algun altre museu, com el Museu da Matematica Prandiano de São Paulo, que també exhibeix, al costat dels materials manipulatius i com a complement a l'exposició, quadres de matemàtics i objectes històrics en vitrines. Per altra banda, museus com el Musée Fermat i el Musée – Maison Poincaré acullen les seves exposicions dins d'un espai històric (la casa de Pierre de Fermat i l'Institut Henry Poincaré, respectivament) que s'integra en la forma i el contingut del museu, convertint l'espai patrimonialitzat en part fonamental del context d'aprenentatge.

Aquests tres exemples mencionats són lloables en tant que inclouen la història al museu, però presenten dos problemes. En primer lloc, els textos, continguts web, patrimoni en vitrines i quadres a les parets demanen un «prohibit tocar» que genera una dissonància en l'experiència de visitar el museu (fent que els visitants hagin de deixar de tocar, manipular, experimentar amb materials i aprendre autònomament, per passar a estar quiets, sense tocar, llegint i assimilant un coneixement que ve donat). En segon lloc, l'estratègia de situar la visita en un espai històric (que es contextualitza i que contextualitza l'aprenentatge), tot i incorporar harmònicament la història, presenta el problema pragmàtic de no ser implementable en altres museus, ja que es depèn de les contingències de l'accés a espais, no sempre a l'abast dels museus.

Així, aquest treball es proposa incorporar la història de les matemàtiques als museus, per donar-li una centralitat que no acostuma a tenir. I aquesta incorporació procurarà ser pragmàticament implementable, i en consonància amb els trets característics dels museus actuals: la funció educativa i divulgativa, i l'aprenentatge a través d'experiències interactives i manipulació de materials. L'objectiu serà, per tant, transmetre el contingut històric a través del règim tàctil d'exhibició propi d'aquests museus, conservant-ne l'essència i sense convertir-lo en un museu d'història de les matemàtiques, mantenint la centralitat dels reptes manipulatius i evitant recórrer com a recurs únic a formes museogràfiques diferents (com el patrimoni en vitrines o textos informatius independents del material exposat).

Quina història introduir als museus?

Aquest treball es pregunta com introduir la història de les matemàtiques als museus de matemàtiques. Per tant, un cop introduïts els museus, la següent pregunta és: quina història introduir-hi? I des de quina historiografia apropar-nos-hi?

La història de les matemàtiques, tradicionalment, s'havia centrat en l'estudi dels textos escrits i les idees capturades en aquests (Ferreirós, 2016: 18), resultant en una història de les idees internalista. Seguint les noves corrents en historiografia de la ciència, recentment la historiografia de les matemàtiques ha començat a arrelar més els seus discursos sobre resultats matemàtics en els contextos socials i culturals d'aquests (Gray, 2011; Saito, 2012), ampliant el focus d'atenció en diverses direccions (Boucard i Morel, 2022: 345).

Per una banda, una comprensió històrica més situada dels textos matemàtics passa per incorporar l'estudi d'altres textos (històries orals, correspondències, textos legals o tècnics, entre d'altres), de les activitats de l'autor, de la gènesi i recepció del text, o de pràctiques de la comunitat i el context associades a la seva escriptura (Ferreirós, 2016: 19; Chelma, 2012).

Per altra banda, la història de les matemàtiques no només ha ampliat el focus al voltant dels textos escrits, sinó que ha canviat el centre de la mirada, passant d'estudiar el contingut matemàtic dels textos a estudiar: les pràctiques matemàtiques, els agents, comunitats i institucions que realitzen aquestes pràctiques, el context del qual i en el qual sorgeixen les pràctiques matemàtiques, la diversitat cultural de les pràctiques (trencant així la narrativa hegemònica occidental), les matemàtiques no considerades «altes matemàtiques» (com les matemàtiques aplicades a altres àmbits, l'educació, les matemàtiques recreatives, entre d'altres)... (Ferreirós, 2016: 18-22) A nivell d'historiografia apareixen així la història social (Mehrtens, 1980), la història cultural (Robson i Stedall, 2009; Calinger, 1999; Rowe i Dauben, 2024), l'estudi de la cultura visual i la cultura material, l'etnomatemàtica (D'Ambrosio, 1985) i la possibilitat d'incorporar perspectives de gènere i decolonials (Boucard i Morel, 2022: 345).

La publicació dels sis volums de *A Cultural History of Mathematics* (Rowe i Dauben, 2024) és un exemple dels esforços acadèmics més recents i substantius d'aquesta tendència, on més de cinquanta autors posen èmfasi en la cultura material, la pràctica professional i quotidiana, la circulació del coneixement o les diferències culturals. Serveix com a mostra de la cristal·lització de la voluntat de superar la història internalista de les idees.

Aquesta riquesa de propostes historiogràfiques i direccions en què s'està ampliant el relat històric es complementen per oferir una imatge de les matemàtiques més completa. Però per poder articular un projecte de comunicació científica concret (en aquest cas, una proposta d'unitat expositiva per a un museu) és necessari acotar un fil conductor i seleccionar un missatge que transmetre. Així, aquest treball delimitarà el seu abast centrant l'atenció en els estudis sobre les pràctiques matemàtiques i, més concretament, en la materialitat d'aquestes. Delimitar-ho així deixa al marge qüestions sobre les institucions, les relacions

amb altres disciplines, relacions de poder, estudis culturals o de gènere, etc. Tot i que les fronteres són difoses i apareixeran tangencialment, aquestes qüestions no seran l'objecte d'estudi ni de comunicació de la proposta pràctica.

Sobre, precisament, la cultura material de la pràctica matemàtica, en la literatura es troben estudis de períodes històrics on es destaca el rol que ha tingut la materialitat en el desenvolupament de les matemàtiques, com per exemple els estudis d'Eleanor Robson sobre les matemàtiques a Mesopotàmia (Robson, 1999) o els estudis de Reviel Netz sobre les matemàtiques gregues (Netz, 1999). També comencen a abundar estudis, no de períodes, sinó de pràctiques matemàtiques mediades essencialment per suports materials concrets: anàlisis etnogràfiques de la recerca i docència feta al voltant de pissarres de guix (Barany i MacKenzie, 2014; Barany, 2020), anàlisis històriques del valor epistèmic de pràctiques com doblegar paper per fer construccions matemàtiques (Friedman, 2018), genealogies des de les primeres eines per calcular fins les calculadores contemporànies (Volkov i Freiman, 2018), estudis de cas d'instruments matemàtics concrets com el sector anglès (Blanco, 2016), entre molts d'altres.

Tots aquests estudis comencen a mostrar que hi ha moltes pràctiques matemàtiques mediades per la materialitat (de manera no només anecdòtica, sinó constitutiva) que determinen la forma i els resultats obtinguts d'aquestes pràctiques. Això està contribuint, d'entrada, a il·luminar una cara de les matemàtiques sovint ocultada per la imatge idealitzada d'aquestes com a «ciència pura i abstracta» allunyada d'allò empíric. A més, l'estudi de la cultura material no només concreta l'abstracció en uns objectes empírics, sinó que els situa en un context social i cultural: els objectes els creen persones en un context, els utilitzen persones en un context i prenen sentit com a instruments de la pràctica matemàtica en l'ús. Així, l'estudi de la cultura material (més que la història internalista de les idees) mostra necessàriament els vincles entre els objectes, els subjectes que els usen, les pràctiques d'ús, el context que envolta tals objectes, subjectes i pràctiques, i els desenvolupaments teòrics fruit d'aquest entramat.

Com pensar els museus on introduir la història?

De nou, pretenent conjugar la història i els museus de matemàtiques, un cop identificada la història a comunicar, el següent pas és reflexionar sobre la forma d'introduir-la. A efectes d'aquesta pregunta, la literatura rellevant que inspira i recolza la forma de la proposta d'aquest treball és la dels *museum studies*.

Els *museum studies* engloben una pluralitat de temes i perspectives per articular teòricament la complexitat de moltes característiques dels museus i la seva història: l'aparició dels museus, la tipologia, el valor i usos del patrimoni, la disposició dels objectes (quins, on, acompanyats de quins altres elements), el discurs que transmeten explícitament i tàcitament, la performativitat dels visitants en l'espai i la manera de veure, les narratives que envolten i que habiten els museus, o la ideologia que carreguen (MacDonald, 2006).

De tota la riquesa analítica que proporcionen els *museum studies*, resultaran fèrtils per articular una proposta en museus de matemàtiques les eines següents: la pregunta per l'origen dels museus, el concepte de règims d'exhibició, l'anàlisi de les diferents tipologies de règims tàctils d'exhibició englobats habitualment sota el paraigües conceptual de la «interactivitat» i l'atenció a l'experiència i la performativitat de la visita per part dels públics.¹¹

En primer lloc, estudis com el de Bennett (1995) o el de Wallace (1996) sobre el naixement dels museus de tecnologia permeten pensar l'origen dels museus, tot esclarint la concepció de la ciència de la que neixen i que volen transmetre, buscant en la seva gènesi el vincle amb interessos polítics i simbòlics.

En segon lloc, els *museum studies* mostren que la ideologia dels museus no només és explícitament discursiva, sinó que es transmet en la performativitat dels cossos en la visita (MacDonald, 1998). Els conceptes *politics of display* i, especialment, «règim d'exhibició» capturen la conjunció articulada normativament d'objectes, discursos i cossos en un espai expositiu i com aquests produeixen efectes epistemològics i polítics en els visitants (Bennett, 2018). Tant l'absència com la presència i disposició d'objectes, espais, discursos i la disciplina dels cossos dels visitants connoten l'experiència i l'aprenentatge. Per tant, les anàlisis crítiques dels museus han de contemplar la conjunció del contingut i la forma de la comunicació conjuntament amb la manera en què la visita s'encarna per part dels públics.

En tercer lloc, el concepte «règim d'exhibició» ha de servir per pensar la incorporació de la interactivitat als museus i el significat de certes apostes museogràfiques (com, paradigmàticament, el pas del «prohibit tocar» al «prohibit no tocar») (Sastre, 2016). El pas de l'observació passiva a la interacció tàctil amb els objectes del museu (el pas de la vista al tacte com a sentit clau en la visita al museu) ens permet parlar de «règims tàctils d'exhibició». Però sota el paraigües del terme «interactivitat», d'aparició recent, hi podem trobar una història de contextos heterogenis i una gran diversitat d'estratègies expositives (Sastre, 2021, 2025). Aquesta heterogeneïtat ens descobreix exemples de diferents tipus d'interaccions tàctils específiques que poden generar-se en un museu: toquetejar màquines, prémer botons que activen llums o mecanismes, estirar cordes, connectar peces o respondre a preguntes en una pantalla digital, entre moltes d'altres.

Aquests diferents tipus d'interaccions, a la llum del concepte «règim d'exhibició», queden articulats també amb els actors, els discursos, els públics, els espais... Així, els efectes perceptuals i epistemològics que té l'exposició en els visitants no només depenen dels gestos dels visitants, sinó que també venen determinats per la llibertat de moviment dels cossos per l'espai (des de la constricció imposada pels botons a prémer i la posterior observa-

11. Objectes d'estudi rellevants pels *museum studies* com els usos del patrimoni o la mirada decolonial (Smith, 2006) no es desenvoluparan en aquest treball perquè no tenen presència central en els museus de matemàtiques actuals i tampoc formaran part de la proposta pràctica.

ció d'una màquina grossa, fins a la manipulació més lliure i lúdica d'objectes petits que es poden agafar amb les mans), els altres objectes que envolten els materials interactius (per exemple, textos explicatius, escenografia, audio, entre d'altres), els discursos que justifiquen la interactivitat (sovint en termes de democratització i amb tons fins i tot propagandístics) o les funcions educatives dels museus (Friedman, 2010; Witcomb, 2006; Rader i Cain, 2014).

Amb aquest panorama complex s'ha de poder pensar la interactivitat als museus sense dicotomies fixes: la interactivitat no implica necessàriament la marginalització de la presència de patrimoni; el joc i l'entreteniment no impliquen necessàriament la reducció del discurs teòric; la participació no implica necessàriament la llibertat del visitant i la democratització de la ciència. Tres paradigmes de règims tàctils d'exhibició on aquests elements s'articulen de diferents formes i transmetent diferents discursos són: els museus industrials, els museus de ciència i indústria i els *science centers* (Sastre, 2025).¹²

Suggerir breument, en aquest marc teòric, la complexitat resultant de l'articulació d'una concepció de la ciència amb un règim d'exhibició i la no univocitat del terme «interactivitat», converteix en menys innocent qualsevol proposta museogràfica i obliga a justificar supòsits implícits, no només en el contingut, sinó també en la forma de proposta pràctica del present treball. Així, en el següent apartat, es procurarà explicitar el discurs que es transmet sobre les matemàtiques no només textualment, sinó també performativament en la visita al museu.

Proposta d'unitat expositiva: «Prohibit no tocar la història de les matemàtiques»

Existint la història de la cultura material, i existint règims d'exhibició que vehiculen l'experiència museística a través de la manipulació de materials (règims als quals els museus de matemàtiques actuals són afins), sembla immediata la possibilitat teòrica de conjugar (com a mínim una) historiografia i (una) museografia per incorporar la història de les matemàtiques als museus. A continuació, aquesta possibilitat teòrica es desplegarà en una proposta pràctica (per contribuir, també, a cobrir l'escassetat d'història de les matemàtiques en els museus actuals): una unitat expositiva (conjunt de 7 mòduls) titulada «Prohibit no tocar la història de les matemàtiques».

Compromisos historiogràfics i museogràfics, i objectius

Tal com s'ha insistit a les seccions 1 i 2, l'objectiu d'aquest treball no és només incorporar la història de les matemàtiques com un complement afegit als museus, sinó fer-ho en una conjunció coherent d'una historiografia i museografia actuals i adequades. A les seccions

12. Queda fora de l'abast d'aquest treball, de naturalesa més pràctica, una anàlisi més teòrica de la naturalesa dels museus de matemàtiques actuals: seria pertinent en recerques futures fer la genealogia del tipus d'interactivitat i del règim d'exhibició en general dels museus de matemàtiques actuals.

3 i 4 ja s'han introduït teòricament els compromisos presos en ambdós àmbits (la història de la cultura material i els règims tàctils d'exhibició, respectivament), però a continuació s'hi insisteix a la llum, no d'un marc teòric, sinó de la possible integració en la proposta pràctica.

Per una banda, la història en la qual la proposta pràctica posarà el focus és la història de la cultura material. De tots els centres d'interès de les noves tendències en història de les matemàtiques que es podrien destacar (institucions, connexions interdisciplinàries, diversitat cultural, cultura visual, etc.), en aquest treball s'ha centrat l'atenció en la materialitat dels objectes que han mediat la pràctica, per tres motius. En primer lloc, per trencar amb la imatge social de les matemàtiques com a paradigma de coneixement pur i independent de l'experiència i, així, divulgar una imatge més real de les matemàtiques i més arrelada a la realitat social. Generar un imaginari amb elements tangibles que les persones matemàtiques utilitzen a la pràctica (con anàlogament en física o química es tenen presents els telescopis, microscopis o laboratoris) pot facilitar que la paraula «matemàtiques» evoqui la imatge d'un matemàtic o matemàtica en acció, en lloc d'un corpus de coneixements abstracte i inanimat. En segon lloc, per l'encaix amb els museus de matemàtiques actuals, que usen el caràcter manipulatiu dels mòduls (*hands-on exhibits*) per generar experiències matemàtiques que «entren per les mans» (i no tan principalment per altres sentits com la vista o l'oïda). La cultura material és el recurs més proper a la transmissió tàctil d'experiències i pràctiques històriques matemàtiques. En tercer lloc, hi ha una motivació de fons de fer un discurs que transmeti no només continguts de la història de les matemàtiques, sinó també alguns apunts sobre la disciplina mateixa. I, en aquest sentit, és important la reflexió sobre les fonts de la recerca: els historiadors recorren a fonts materials a part de fonts textuais.

Per altra banda, museogràficament s'aposta per un règim tàctil d'exhibició, amb mòduls interactius, i es descarten altres propostes com la col·lecció d'elements patrimonials, la centralitat de textos explicatius per sales o mòduls, ordenacions cronològiques de la col·lecció, formats digitals o incorporació d'altres complements en activitats del museu com xerrades o materials a la botiga. La proposta es formula en el marc àmpli de la interactivitat per dos motius. En primer lloc, i de manera més pragmàtica, per l'encaix amb el context (el MMACA i altres museus) que, com s'ha mostrat anteriorment, abracen una museografia basada en la manipulació de *hands-on exhibits*. En segon lloc, i més important, per encaix amb l'objectiu de presentar la pràctica matemàtica real mediada per la materialitat: això es pot fer encarnant pràctica matemàtica en materialitat. En aquest sentit, el tipus d'interactivitat que es busca serà una interactivitat que vagi més enllà del simple fet de prémer un botó i observar visualment el moviment de l'objecte en un ràpid estímul-resposta. Es buscarà una interactivitat que no consisteixi només en l'activació del material, sinó en un contacte tàctil (a part de visual), amb una manipulació més reposada que dugui a familiaritzar-se amb les propietats físiques i les possibilitats pràctiques de l'objecte.

Així doncs, seguint els compromisos anteriors, els següents objectius són els que articulen la recerca de materials, la selecció dels continguts històrics i el disseny dels mòduls:

Objectiu 1: Incorporar materials de la història de les matemàtiques al museu. (Diferenciant aquests materials del tipus d'objecte més habitual en museus de matemàtiques actuals: materials o jocs fabricats *ad hoc* sense context per treballar conceptes i habilitats).

Per complir aquest objectiu, s'ha fet una revisió de la història de les matemàtiques a la recerca de materials que n'han assistit i determinat la pràctica (com a suport d'inscripció o com a eina de raonament)¹³. S'han seleccionat 7 elements que s'han considerat imprescindibles: tres materials d'escriptura a l'antiguitat (les tauletes d'argila, el papir i les tauletes de cera), els àbacs, els compassos, les targetes perforades, les pissarres de guix, les calculadores i els ordinadors. El conjunt d'objectes seleccionats no pretén ser exhaustiu, però sí representatiu.

Objectiu 2: Fer que el visitant no només visqui experiències matemàtiques, sinó que realitzi experiències de la pràctica matemàtica històrica real.

Els museus de matemàtiques fan viure als visitants experiències matemàtiques (generades per la manipulació d'elements materials) a través de les quals es treballen conceptes i habilitats de raonament. Però aquests materials estan desarrelats de qualsevol context (molts són polígons de fusta, cadenes, esferes de fusta, estructures de miralls, peces de colors...), i les experiències que viuen els visitants queden abstrètes, independents de contextos reals de pràctica matemàtica. L'objectiu és que els mòduls d'aquesta proposta generin el mateix i de la mateixa manera (fer viure experiències matemàtiques i treballar conceptes i habilitats), però que, a més, ho facin simulant elements materials o contextuals d'aquestes experiències i habilitats. L'objectiu és connectar les experiències dels visitants amb la realitat històrica, ja sigui a través de la manipulació de materials històrics o a través de realitzar pràctiques reals dels matemàtics al llarg de la història (com, per exemple, necessitar escollir les eines més adequades per la resolució d'un problema, haver de recórrer a instruments per assistir càlculs mentals llargs o treballar millor en grup davant una pissarra). S'espera que el treball amb materials i reptes històrics incentivi la reflexió sobre la manera en què es desenvolupa la recerca i es produeix coneixement (Kjeldsen, 2018).

13. S'ha acotat la selecció a objectes que es puguin explicar com a propis de l'activitat matemàtica, mínimament deutors de relacions amb altres disciplines. No s'han contemplat objectes d'altres àmbits encara que la seva història inclogui moltes matemàtiques (com, per exemple, astrolabis, elements de balística, o certes obres d'art o arquitectura). Això ha estat així per evitar la possible vinculació dels objectes amb els altres àmbits on la materialitat ja és més present (com la física, l'enginyeria o les arts plàstiques), insistint així en la materialitat pròpia de les matemàtiques (de les matemàtiques més «pures»).

Objectiu 3: Motivar reflexions més teòriques sobre continguts específics de la història de les matemàtiques o reflexions més generals sobre la pràctica matemàtica (tant històrica com contemporània).

Aquest objectiu s'ha concretat en l'elaboració d'uns plafons que acompanyarien els mòduls i que contenen preguntes obertes per interpel·lar els visitants, petites descripcions sobre els objectes del mòdul, imatges d'altres exemplars del material o contextos d'aplicació, reflexions historiogràfiques sobre com els objectes han jugat un paper important en la pràctica i curiositats etimològiques menors que il·lustren amb dades molt concretes la reflexió general. L'acompliment d'aquest objectiu es podria reforçar, més enllà dels plafons esbossats en aquest treball, ampliant els materials amb més textos, més imatges, enllaços, explicacions dels educadors i visites guiades temàtiques, entre d'altres.

Descripció de la proposta i detall dels mòduls

Com ja s'ha anticipat anteriorment, la unitat expositiva (equivalent a una sala del museu) consisteix en un conjunt de 7 mòduls. Cada mòdul relaciona tres continguts:

1. Un material –rèplica o adaptació d'un instrument històric–.
2. Una idea o habilitat matemàtica per treballar amb la manipulació del mòdul.
3. Reflexions sobre la història de la pràctica matemàtica mediada per la materialitat.

Aquests continguts s'articulen, en cada mòdul, a través d'un conjunt de tres elements físics:

1. Material manipulable. Els materials són rèpliques d'objectes històrics reals. Sense ser elements patrimonials, i estant adaptats per a la manipulació per part dels visitants, han d'intentar conservar l'essència dels originals. La renúncia al patrimoni original és imprescindible per garantir un règim tàctil d'exhibició i una manipulació desinhibida, per contrast amb la disciplina dels cossos que requereix la conservació del patrimoni valuós (sovint protegit en vitrines i sota la prohibició «no tocar»). Es pretén evitar també una distància reverencial respecte a la història, distància que genera discontinuïtat entre el passat i el present de les matemàtiques. Cal que els visitants s'apropin de manera homogènia tant a materials històrics com actuals perquè sentin que tots formen part de les matemàtiques; en aquest cas, s'homogeneïtzen promovent la mateixa interacció amb els materials històrics que amb els altres.
2. Plafó petit amb les instruccions, preguntes o reptes que guien la manipulació del mòdul i la reflexió matemàtica. Aquests plafons descriuen un repte o formulen una pregunta que guia (però no constreny) la interacció per activar l'habilitat matemàtica o fer aflorar el concepte matemàtic. Aquest text breu pretén motivar la manipulació i guiar-la de manera no vinculant: hi ha diverses maneres de manipular l'objecte (no

Material històric	Idea o habilitat matemàtica	Dades o reflexions sobre la història de les matemàtiques
Tauletes d'argila, Sistemes numèrics tauletes de cera i papir		• Com l'entorn i context cultural determinen els suports d'inscripció. • Com els suports d'inscripció determinen la forma i el contingut de la inscripció. • Quins materials estudien els historiadors.
Àbacs	Representació de nombres, diferents bases	• Vinculació de les matemàtiques amb necessitats quotidianes, mercantils... • Ús d'objectes per assistir el càlcul: guany d'eficiència, superació de limitacions humanes. • Importància dels números hindú-aràbics. • Etimologia de «càlcul».
Compassos	Geometria, ús del compàs	• Ús d'instruments no només com a suport, sinó també com a criteri/mètode. • Els instruments i la seva precisió com a intersecció entre: artesans i intel·lectuals, coneixements pràctics i teòrics, sabers manuals i abstractes.
Pissarres	Teoria de grafs	• Un objecte material com a part de l'imaginari de les matemàtiques. • Matemàtiques com a empresa col·lectiva i necessitat de suports intersubjectius. • Permanència de la inscripció i relació amb l'error. • Notació i tipografia <i>blackboard bold</i>.
Teixits i targetes perforades	Patrons i codi binari	• Les matemàtiques impulsen desenvolupaments tecnològics, i també la tecnologia impulsa desenvolupaments matemàtics. • Matemàtiques en sabers feminitzats i quotidians.
Calculadores	Permutacions i estratègies de demostració	• Feines reproductives, feines anònimes, feines a l'ombra. • Feminització d'aquestes tasques (ex: calculadores humanes) i protagonisme masculí de la història de les idees.
Ordinadors	Joc de la vida de Conway	• Algorismes, programació... • Com els ordinadors canvien la mena de tasca que fan els humans. • Preguntes sobre el desenvolupament tecnològic futur (computació quàntica, intel·ligència artificial, impacte econòmic i ecològic de les infraestructures...)

Taula 1: Relació dels continguts dels set mòduls que conformen la unitat expositiva.

només activant una palanca o botó, sinó que l'objecte està a disposició del visitant, que el pot utilitzar a plaer). Amb això es busca regular l'ús de l'objecte (perquè es posi en pràctica de manera fidel a una pràctica matemàtica real), però sense disciplinar els cossos.

3. Plafó gran (text i imatges) sobre la història de les matemàtiques. Aquests plafons es pensen com a conjunt d'unitats petites («bombolles») independents, per articular de manera lleugera explicacions, preguntes, dades curioses i imatges suggerents relacionades totes amb l'objecte del mòdul i el seu context històric. Es pretén presentar així la informació com a mapa amb diverses idees en lloc de com a text llarg i estàtic que sigui feixuc de llegir. Amb el format de «bombolles» els visitants poden començar a llegir per on vulguin o llegir només fragments, sense veure's aclaparats per la quantitat d'informació. Es busca transmetre un to més suggerent que vinculant. Es contempla també incorporar a cada mòdul una «bombolla» amb un QR que enllaci a una pàgina web, una per cada mòdul, on es podrien afegir més materials d'ampliació, com per exemple: textos més extensos, referències bibliogràfiques, vídeos divulgatius, més imatges, fitxes o materials didàctics, fòrums de discussió per generar diàleg entre la comunitat... Malgrat que forma part d'un règim d'exhibició diferent (estant la visita presencial, tàctil i manipulativa en oposició a la visita virtual mediada per l'ús de dispositius electrònics) s'ha considerat afegir-ho per dos motius: 1) el QR obre un espai fora del museu, però íntimament vinculat al museu, ampliant-lo més enllà de l'espai de l'exposició i convertir-ne la web en un recurs de referència (que, a més, serveix com a reclam per a futurs visitants o com a ampliació per seguir-hi pensant després de la visita), i 2) obre la porta a un règim d'exhibició i un llenguatge museogràfic complementari, que no ha d'interferir necessàriament amb una visita eminentment tàctil i presencial, ja que els visitants tenen la llibertat d'accedir o no al QR.

Tot i que el contingut de la història de les matemàtiques es transmet des del museu (com a figura d'autoritat epistèmica o expertesa) per als visitants (llecs), la forma pretén ser més una invitació a l'explicitació de nocions teòriques ja presents en l'experiència dels visitants, que no pas un contingut que cal assumir passivament. Es busca que els textos no diguin als visitants què pensar, sinó que ajudin a desxifrar i ampliar l'experiència que tenen de l'objecte. Plantejar preguntes i obrir espais per a la conversa¹⁴ pretén revertir, de manera modesta, la verticalitat del discurs (*top-down*, seguint el model del dèficit) oferint un espai per a la participació del públic, donant-li poder en fer-lo també emissor de discurs (seguint el marc teòric d'*expository science* procedent de la sociologia de la ciència i la divulgació (Shinn i Whitley, 1985)).

14. En l'entorn digital del museu (accessible a través dels QR o la web) o en les mateixes parets de l'exposició (mitjançant *post-it* per fer murals col·laboratius amb les diferents respostes).

En el conjunt de l'exposició en què s'inserissin els mòduls, aquests anirien acompanyats d'altres elements no tangibles, que també configuren el conjunt de l'experiència i aprofitament del mòdul: les interaccions dels visitants, les explicacions dels educadors, possibles activitats o guies didàctiques per treballar el mòdul a l'aula o a casa, entre d'altres.

El conjunt de mòduls està pensat com a unitat expositiva, equivalent a una sala o secció del museu. El conjunt pot funcionar com a unitat amb sentit, ja que els mòduls tracen un fil cronològic que cobreix diferents períodes de la història de les matemàtiques. També s'han pensat materials i continguts matemàtics diversos per evitar la repetició dins del conjunt. La distribució dels mòduls en l'espai seria en l'ordre de presentació a la taula anterior (seguint un ordre cronològic aproximat), però sense elements gràfics o discursius que constrenyin l'itinerari, permetent apropar-se als mòduls en l'ordre que es prefereixi. Estarien enganxats a la paret: el material i el plafó petit en una taula d'alçada accessible per a nens i adults i, penjades a la paret de davant, de manera modular, les informacions i imatges del plafó gran. Sí que és important que la distribució de l'espai permeti que més d'una persona treballi alhora en el mateix mòdul: no només per fidelitat a la pràctica matemàtica (on es treballa en comunitat), sinó també per promoure i facilitar el diàleg horitzontal entre visitants entorn d'un mòdul (fent així contrapès a la verticalitat del discurs del museu).

A continuació, es detalla cadascun dels mòduls, emfasitzant dues qüestions¹⁵:

- Com estan pensats els materials i la seva manipulació de tal manera que els visitants tinguin una experiència que realitzi una pràctica matemàtica real mediada per la materialitat.
- Un esbós dels possibles plafons i una relació detallada i referenciada dels temes propis d'història de les matemàtiques, la reflexió sobre els quals es vol estimular.

Suports d'inscripció: tauletes d'argila, paper i tauletes de cera

Aquest primer mòdul serveix per treballar tres sistemes de numeració en tres materials d'inscripció diferents. Els suports històrics són les tauletes d'argila, el paper i les tauletes de cera, i els seus estris d'inscripció associats (el calàm, el pinzell i l'estilet, respectivament). Els materials venen acompanyats dels resums dels sistemes de numeració cuneïforme, egipci i romà, i la interacció amb aquests materials ve guiada per reptes d'escriptura com «Pots escriure els números 58, 62, 79, 274?» o «Què és més fàcil d'escriure amb cada material? El nostre 2? O el 2 en escriptura cuneïforme?».

15. El contingut pròpiament matemàtic dels mòduls no es justificarà extensament. És important fer-lo present perquè es vol mostrar la materialitat de la pràctica de les matemàtiques com a forma constitutiva del coneixement matemàtic, així que cal un contingut del qual la materialitat en sigui la forma. Però aprofundir en aquestes consideracions seria més pertinent de cara a la implementació de la proposta en un museu que no pas de cara a la reflexió sobre la possibilitat d'incorporar la història.

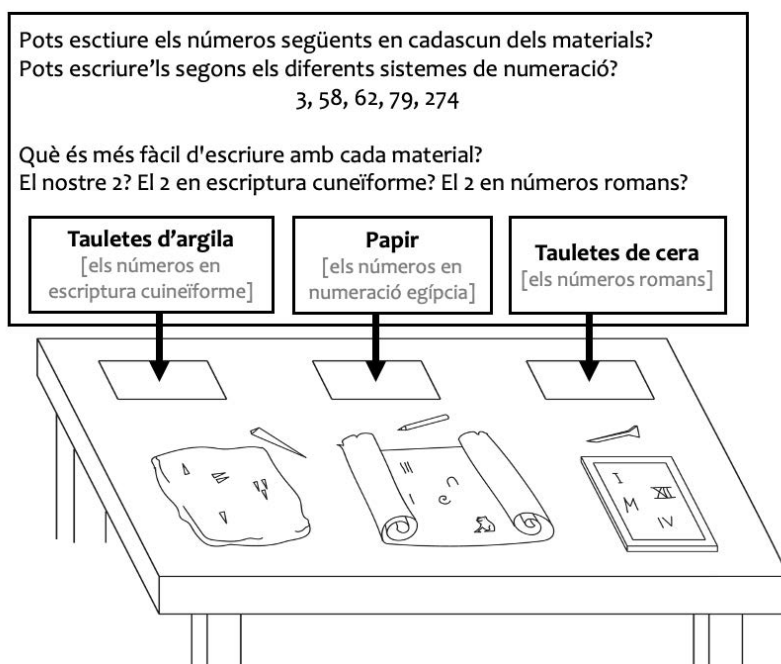


Fig.1. Material manipulable i activitat del mòdul «Suports d'inscripció».

SUPORTS D'INSCRIPCIÓ

La materialitat de les grafies

La forma dels símbols ve determinada per la forma de l'utensili per escriure i la textura del material on s'escriu.

T'has fixat que és molt fàcil fer triangles amb un cal·lam sobre el fang? En canvi és difícil fer línies corbes al fang i és pesat dibuixar triangles amb bolígraf sobre el paper.

Sabies que...

L'expressió moderna "fer tabula rasa" prové de la locució llatina "taula esborrada, full en blanc".



La permanència de la inscripció

*Quins materials permeten esborrar el que s'escriu?
I quins materials permeten conservar-ho millor en el temps?*

Dels tres materials d'aquest mòdul, el que s'ha conservat millor fins els nostres dies és el que utilitzaven els babilonis: les tauletes d'argila, ja que al coure-les s'endureixen.

En canvi, amb l'escalfor les tauletes de cera es desfeien.

La conservació del papir, al ser d'origen vegetal, presenta moltes amenaces: la humitat, els insectes, la sensibilitat a la llum...



Tauleta babilònica



Os d'Ishango

FONTS PRIMÀRIES de la història de les matemàtiques antigues



Papir Rhind

Fig.2. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Suports d'inscripció».

La manipulació d'aquests materials permet que els visitants tinguin l'experiència d'escriure en suports d'inscripció fidels als reals en els períodes històrics estudiats. La forma de les grafies de l'escriptura cuneiforme normalment s'ensenya o s'aprèn sobre llibres, pantalles, pissarres o papers, i podria resultar arbitrària (i fins i tot feixuga d'escriure amb bolígraf). Però en el treball amb el material (el fang i el càlam) resulta natural entendre la impressió triangular, en forma de falca, com a unitat mínima. També s'experimenta que és més senzill i net, per la materialitat del fang i la forma de la canya, escriure el número 2 amb dues falques que no pas amb una grafia corba com la hindú-àrab. Posteriorment, el paper permet dibuixar formes més corbes i amb més precisió.

El mòdul esdevé una ocasió per explicar no només el contingut matemàtic dels sistemes de numeració (el valor dels símbols, la base, el sistema posicional, operacions...), sinó també la forma de les grafies, que s'explica pel fet que el suport d'inscripció determina la forma de la inscripció (Dorce, 2014; Robson, 1999). A més, la reflexió que neix del mòdul ha de considerar no només les formes d'inscripció determinades pel material, sinó també el material mateix. Quines cultures tenien accés a quins materials? Quin poder expressiu ens dona poder utilitzar dos colors diferents? Quins materials permeten esborrar? I com determina això la conservació històrica dels resultats i coneixements de les matemàtiques antigues?¹⁶ Aquestes preguntes permeten introduir al museu reflexions no només sobre la història de les matemàtiques, sinó també sobre la mateixa historiografia de les matemàtiques i sobre com les fonts que es conserven determinen què en sabem.

Aquest mòdul també es podria ampliar en forma de taller al museu, per aprofundir tant en els conceptes matemàtics dels sistemes de numeració com en les reflexions històriques associades. També permetria una familiaritat més calmada amb els materials i fins i tot produir alguna peça (per exemple, una petita tauleta d'argila) que els assistents poguessin endur-se.

Àbacs

Aquest mòdul el conformen tres àbacs diferents. Això permet, per una banda, mostrar la diversitat cultural (sortint també de l'eurocentrisme) en la resolució d'un mateix repte matemàtic transversal i, per altra banda, facilitar la progressió en l'aprenentatge. El treball amb els àbacs, i especialment el repte de sumar ràpid molts nombres llargs amb l'àbac japonès, ha de transmetre als visitants l'experiència d'assistir el càlcul mental amb l'ajuda d'un element material.

16. Les marques a l'argila i la cera es poden esborrar, però un cop cuites les tauletes d'argila es conserven i ens han pogut arribar fins avui. Això explica que de les tauletes d'argila coneguem els resultats matemàtics de l'època, però no els procediments per arribar-hi, que es podien esborrar abans de coure la tauleta. En canvi, de les matemàtiques egípcies sí que s'han conservat també els procediments de càlcul, que els escribes feien al mateix paper i no podien esborrar (Dorce, 2014; Robson, 1999; Cervelló, 2005).

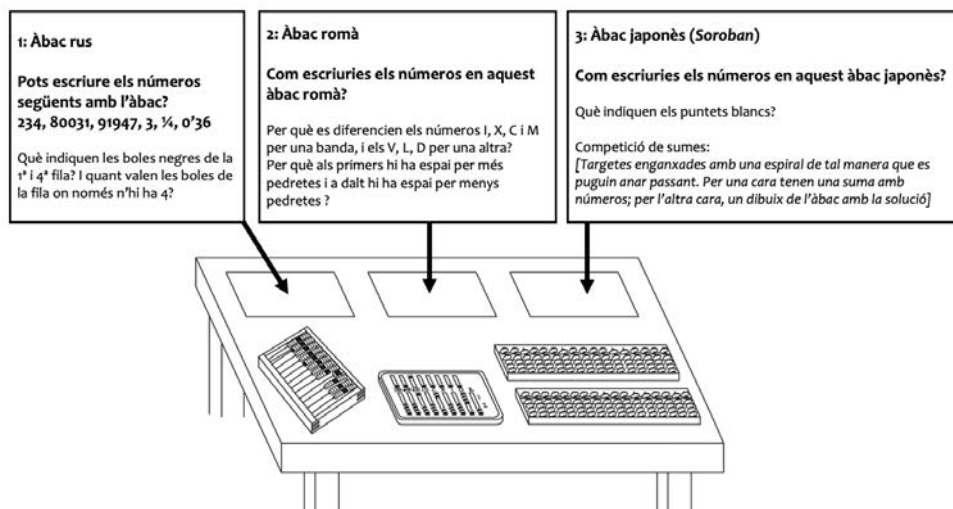


Fig.3. Material manipulable i activitat del mòdul «Àbacs».



Fig.4. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Àbacs».

La reflexió sobre la història de les matemàtiques que permet aquest mòdul comença, precisament, per la necessitat d'assistir el pensament mitjançant instruments o suports físics. A més, tals instruments (sent els àbacs només un de tants instruments que s'han utilitzat fins a l'actualitat) porten amb si procediments específics d'ús i desenvolupament d'habi-

litats que també s'han de poder estudiar com a part de les matemàtiques (Volkov i Freiman, 2018). La curiositat etimològica sobre la paraula «càlcul» ha de servir també per arrelar les manipulacions algebraïques actuals (enteses com a abstraccions) en un origen històric en què la manipulació era tangible i material.

El relat d'episodis històrics com l'arribada dels números hindú-àrabs i la consegüent disminució de l'ús dels àbacs (il·lustrat al plafó amb una imatge al·legòrica, la *Margarita Philosophica* de Gregor Reisch, 1503) pot contribuir a traçar una història cultural dels números (Menninger, 1969).

Compassos

Aquest mòdul és una successió de petits reptes de geometria on, a cada repte, els materials per resoldre'l són diferents: es passa d'una corda al primer repte, a l'ús de regla i compàs al segon; al tercer repte s'afegeix el transportador d'angles, que queda com a únic instrument en el quart repte; el cinquè i sisè reptes presenten compassos diferents del primer. Aquesta successió, més enllà de les construccions geomètriques, el que ha de mostrar als visitants és el valor dels instruments per determinar quines coses es poden fer, quines no i amb quina facilitat¹⁷.

Per una banda, els compassos com a objecte ofereixen immediatament l'ocasió per reflexionar sobre el paper dels diagrames en la història de les matemàtiques. Com desenvolupen

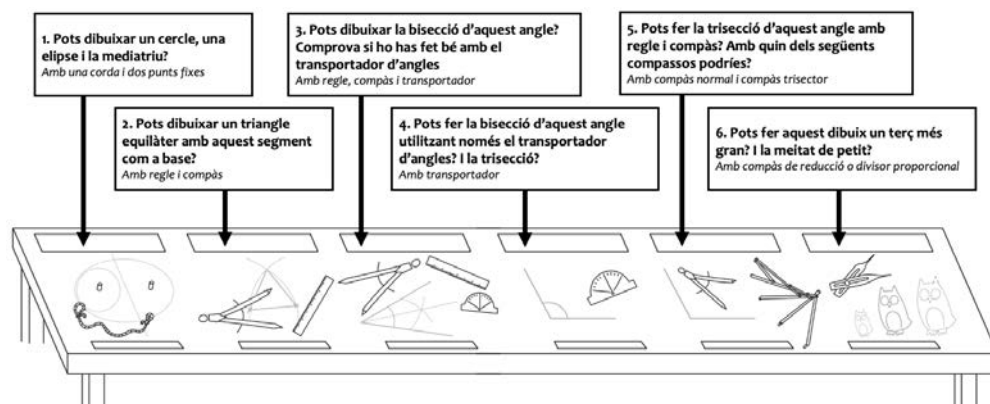


Fig.5. Material manipulable i activitat del mòdul «Compassos».

17. Tant amb una corda estirada com amb un regle es poden traçar línies rectes; tant amb una corda com amb un compàs es poden traçar circumferències; semblaria que podem substituir la corda per regle i compàs, però aleshores es perd la facilitat per dibuixar el·lipses; amb un compàs es poden fer biseccions d'angles sense saber-ne els graus, mentre que amb un transportador, per fer biseccions, cal fer mesures i operacions aritmètiques; amb un compàs és impossible fer la trisecció de l'angle, però podem construir compassos especials per a realitzar aquesta funció o utilitzar altres recursos com doblegar el paper (Friedman, 2018).



Fig.6. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Compassos».

Netz (1999), en el cas de la matemàtica grega, o De Toffoli (2022), en el cas de les matemàtiques actuals, els diagrames determinen i venen determinats pel model de deducció i racionalitat matemàtica. A més, els compassos, en el seu ús per traçar diagrames, permeten qüestionar la classificació dels objectes entre recursos epistèmics i recursos tècnics (Friedman, 2018).

Per altra banda, es motiva també la reflexió sobre les cultures artesanies, necessàries per entendre la nova cultura científica experimental que apareix a l'Europa de la segona meitat del segle XVII (Bennett, 2011). En aquest context, els instruments no s'entenen sense la conjunció dels sabers pràctics i els sabers teòrics, dels coneixements manuals i els coneixements abstractes, dels artesans i dels intel·lectuals. A més, filant més prim en una altra distinció actual, els instruments també resulten ser un punt de connexió entre les matemàtiques teòriques i les matemàtiques pràctiques o aplicades (Blanco, 2015).

Pissarres

En aquest mòdul, el repte és un exercici de teoria de grafs, però l'important és que el suport del mòdul mateix és una pissarra de guix penjada a la paret. Més enllà del contingut matemàtic, l'objectiu és que els visitants treballin a la pissarra, sentint les propietats materials del guix, podent esborrar els errors i treballant conjuntament entre més d'una persona. Aquest treball en grup inclou gestos com compartir idees, esperar que un acabi d'escriure per comentar-ho, cedir-se la paraula donant-se el relleu del guix... Tot això simula la pràctica matemàtica real en seminaris, grups de recerca i aules de tots els nivells educatius (Barany i MacKenzie, 2014).

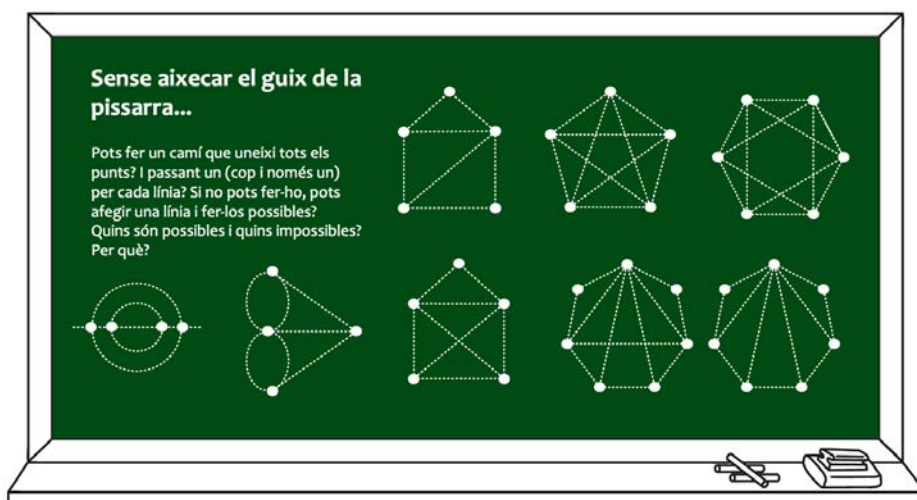


Fig.7. Material manipulable i activitat del mòdul «Pissarres».

PISSARRES

UN SUPORT INTERSUBJECTIU

Fer matemàtiques és una activitat col·lectiva. El coneixement matemàtic és fruit de la feina de tota una comunitat, no només d'individus solitaris. A les aules, als centres de recerca, als congressos... la gent no estudia sola, no treballa sola, no investiga sola.

Per això necessitem materials amb els que puguin treballar diferents persones. Necessitem suports intersubjectius. Allà on hi hagi una pissarra, l'espai es converteix en un possible espai de treball.

Quantes persones podeu mirar alhora un mateix llibre o full de paper? Quantes persones podeu mirar alhora una pissarra?



La pissarra és una icona de les matemàtiques; està en el nostre imaginari quan pensem en matemàtiques. Tant és així, que gairebé totes les imatges que donen els cercadors per la paraula "matemàtiques" són imatges de pissarres.

PERMANENT Vs ESBORRABLE

Hi ha materials on el que inscrivim hi queda permanentment, i altres materials on el que inscrivim es pot esborrar. La pissarra és del segon tipus, i això ens permet aprendre dels errors, treballar amb prova i error, modificar elements i treballar en el procediment sense por d'equivocar-nos...

Sabies que...

La notació que utilitzem pels conjunts de nombres $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ respon a la necessitat de fer lletres en negreta en l'escriptura a màquina i a la pissarra? Aquesta tipografia es diu **Blackboard bold**.

$$\mathbb{C} = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$$

by $\mathbb{C}$ with any topological field
The cartesian product of $\mathbb{R}$ and $\mathbb{R}$
is a space, will be denoted by $\mathbb{R}^2$
 $\mathbb{C}$ and $\mathbb{R}^2$ can be identified via



Fig.8. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Pissarres».

El plafó presenta la pissarra com a material característic de la pràctica matemàtica. En primer lloc, com a element de l'imaginari comú compartit. En segon lloc, com a material de la pràctica en el sentit de practicar, d'exercici propi de l'aprenentatge, amb els seus beneficis pedagògics. En tercer lloc, com a suport intersubjectiu que permet la col·laboració i compartir idees, tant en docència com en investigació. Estudis en la intersecció de la història de la ciència, la sociologia i l'etnografia han destapat els mecanismes d'organització so-

cial i d'organització del coneixement al voltant de les pissarres com la distribució material de les aules al voltant de la pissarra, la progressió en el traç de diferents tipus de continguts, l'ús de recursos extratextuals en el raonament (gestos, índexs, traços) o el fet que allà on hi ha una pissarra es converteix l'espai en un potencial espai de treball... (Barany, 2010; 2020; Barany i MacKenzie, 2014, Greiffenhagen, 2014; Artemeva i Fox, 2011).

Una altra consideració que es podria afegir és la crítica a la mirada innovocèntrica feta per Edgerton (2007)¹⁸. L'ús de les pissarres de guix segueix sent vigent i no ha quedat obsolet al costat de tecnologies més sofisticades i d'invenció més recent com projectors, presentacions de diapositives, pissarres digitals o ordinadors personals. Deixar de pensar en la invenció i passar a pensar en l'ús (deixar de pensar en allò nou, ric i espectacular, i passar a pensar en allò vell, pobre i quotidià) fa que la pissarra de guix segueixi sent rellevant per la història de la tecnologia.

A més, s'afegeix al plafó el nom de la tipografia *Blackboard bold* a tall de curiositat, confiant que resulta significativa per redundar en el fet que, històricament, el suport d'inscripció ha determinat la forma de la inscripció. En aquest cas, la constricció física de no tenir lletres en negreta en la màquina d'escriure o la pissarra ha configurat la notació universalment adoptada per a designar els conjunts dels nombres naturals ($\mathbb{N}$), enters ($\mathbb{Z}$), racionals ($\mathbb{Q}$), reals ($\mathbb{R}$), etc. (Webb, 2018: 199).

Targetes perforades i teixits

En aquest mòdul, hi ha dos materials manipulatius. En el primer, l'experiència del visitant consisteix a relacionar patrons de teixit amb les representacions del patró (una representació gràfica i una representació en codi binari). Es treballa la pràctica de «traduir» quelcom físic a una representació abstracta, i de «traduir» quelcom abstracte (com la informació) en quelcom físic. El segon material pretén familiaritzar el visitant amb la manipulació de les targetes perforades, amb el gest d'ordenar-les o classificar-les mecànicament (passant un llapis pels forats) en lloc de fer el càlcul mentalment, per mostrar el poder dels processos mecànics per automatitzar raonaments.

La història del teler Jacquard és clau en la història dels inicis de la computació: traçar la història de les targetes perforades permet passar de precedents com la calculadora de Leibniz i aquests telers industrials fins als desenvolupaments de Charles Babbage i Ada Lovelace, i la primera tecnologia d'IBM (Essinger, 2004). Més enllà de donar peu a reflexions sobre la història de la tecnologia i la industrialització, també permet pensar els vincles entre els desenvolupaments matemàtics i tecnològics. Les matemàtiques han impulsat desenvolupaments tecnològics, però també es poden buscar casos en què la tecnologia ha inspirat desenvolupaments matemàtics. Les targetes perforades en són un exemple paradigmàtic.

18. Més dirigida a la història de la tecnologia que no pas a la història de les matemàtiques, però pertinent en un discurs que versa sobre materialitat, objectes, instruments...



Fig.9. Material manipulable i activitat del mòdul «Targetes perforades».

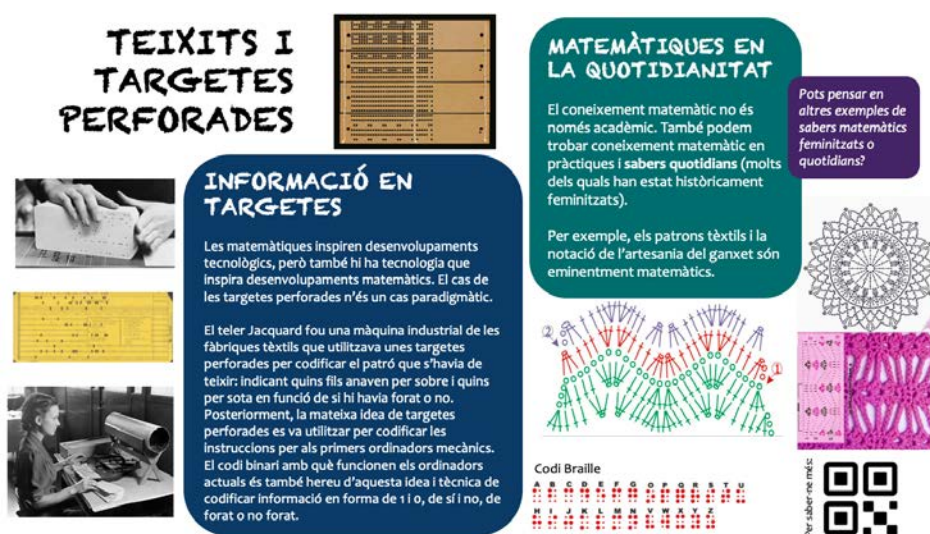


Fig.10. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Targetes perforades».

A més, la història de les targetes perforades es pot inserir en una història més àmplia que lliga, a través de l'anàlisi de les diferents materialitats, diferents tipus de taules de dades: des de les taules de dades babilòniques fins a fulls de càlcul digitals, passant per taules de logaritmes, taules astronòmiques, màquines diferencials o la transició de les calculadores als ordinadors (Campbell-Kelly *et al.*, 2007).

També es busca, amb aquest mòdul, obrir un espai de reflexió per reivindicar els sabers feminitzats. Molts sabers de la quotidianitat estan travessats per coneixement que podem considerar científic. Però si aquests sabers es mantenen en l'àmbit privat (com els relacionats amb les cures, històricament feminitzats), no arriben a formar part del canó acadèmic o de l'imaginari que tenim de la ciència. Núria Solsona ha recuperat i ha reivindicat aquests sabers científics, en àmbits com la química de la cuina (Solsona, 2003). Aquest mòdul pretén emfasitzar això i convidar a buscar les matemàtiques en els sabers feminitzats, posant com a exemple el treball amb patrons tèxtils.

Calculadores

El primer repte d'aquest mòdul té relació amb el codi binari treballat al mòdul anterior i redunda en la codificació d'informació. S'espera que sorgeixi l'apreciació de la riquesa expressiva de recursos limitats: podem representar fins a 128 símbols només amb 7 ratlletes.

El segon repte convida a una reflexió sobre tipus de demostracions i sobre el poder explicatiu de les demostracions més enllà de la verificació dels teoremes. En aquest cas, és immediata la demostració per casos en què es verifica la propietat per força bruta, comprovant-la per tots els números. Però aquesta demostració, tot i que garanteix la veritat de l'enunciat, no n'explica el perquè; proporciona evidència, però no explicació. En matemàtiques és habitual la pràctica de buscar demostracions alternatives per a teoremes ja demostrats. I els matemàtics poden apreciar certes demostracions com a més explicatives, més

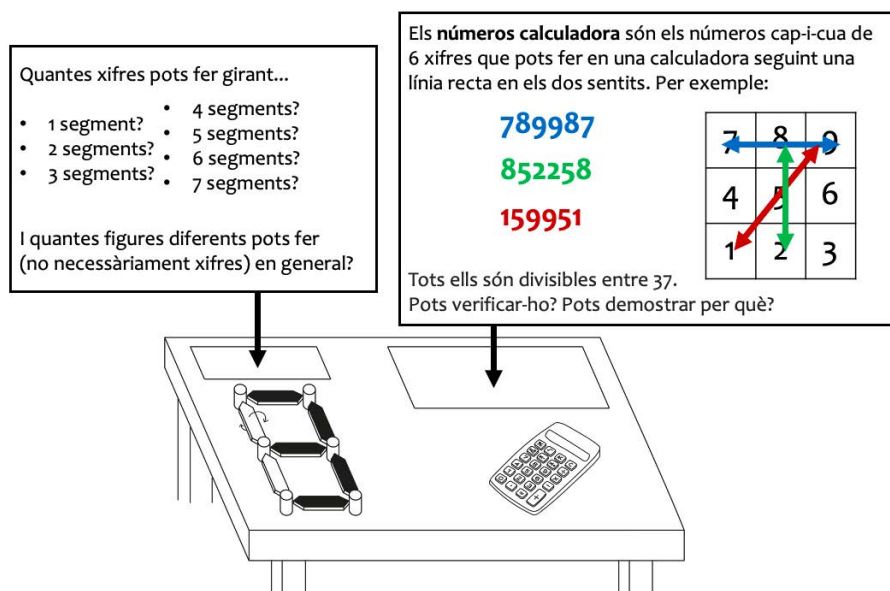


Fig.11. Material manipulable i activitat del mòdul «Calculadores».



Fig. 12. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Calculadores».

elegants, més belles (D'Alessandro, 2019). L'exercici de verificar la propietat «divisible entre 37» dels «números calculadora» a través de la revisió de totes les possibilitats busca generar en el visitant la sensació d'insatisfacció que duu els matemàtics a buscar demostracions alternatives que proporcionin una millor resposta a la pregunta «Per què?».

Tot i que, en aquest cas, la informació d'història de la ciència que es vol explicitar no està directament vinculada amb la pràctica realitzada en la manipulació del mòdul, es considerava imprescindible incloure la següent reflexió: en totes les ciències (i les matemàtiques no en són una excepció) hi ha tasques que queden a l'ombra, tasques anònimes, feina reproductiva que sosté la producció científica més visible. Moltes d'aquestes tasques han estat històricament dutes a terme per dones, fins a tal punt que moltes d'aquestes es podrien anomenar, com fa Rossiter (1980), *women's work in science*. L'atenció a la cultura material de la ciència il·lumina algunes d'aquestes pràctiques: la cura dels instruments i l'ordre dels laboratoris, la cura de les plantes per a estudis de botànica, taules amb observacions astronòmiques, taules de logaritmes o transcripcions...¹⁹

Les calculadores són un exemple paradigmàtic d'objecte que ha assistit tasques reproductives (feminitzades) al servei de tasques productives (protagonitzades per homes). Re-

19. Unes altres tasques reproductives de la ciència són la docència i l'elaboració de manuals, o la traducció de textos. En la història de les matemàtiques moltes figures femenines destaquen per les seves aportacions des d'aquest àmbit: Émilie de Berteuil (traduint els *Principia* de Newton), Maria Gaetana Agnesi (unificant el càlcul diferencial i el càlcul integral amb el llibre pedagògic *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana* (1748)), Maria Andresa Casamayor de la Coma i moltes altres que van ser mestres en una educació segregada per gènere o raça, com la mateixa Maria Andresa Casamayor de la Coma, Grace Murray Hopper (Verdejo, 2017).

cuperar en aquest mòdul les calculadores humanes de la NACA (posteriorment NASA) pot ser un primer pas per convidar a recuperar les figures ocultes de la història de les matemàtiques (Shetterly, 2016).

Ordinadors

Tots els potencials visitants del museu ja tenen familiaritat amb l'ús d'ordinadors, de manera que la manipulació d'aquest no serà una experiència tàctil novedosa. Per tant, el contingut matemàtic d'aquest mòdul busca treure a la llum alguna cosa que queda oculta en l'ús habitual d'ordinadors: la naturalesa dels algorismes. L'explicació del *Joc de la vida* de Conway es basa en l'enunciació clara de l'algorisme que la màquina segueix, i el funcionament del joc en mostra de manera transparent la implementació. S'espera que els visitants puguin percebre el funcionament ocult dels programes en veure l'enunciació de les regles del joc (i la possible modificació d'aquestes), l'execució del programa i l'efecte que té donar diferents *inputs* o modificar les regles.

Reprent la reflexió, ja constant en mòduls anteriors, de la capacitat de certs objectes d'assistir la pràctica matemàtica en certes tasques (en el cas d'ordinadors: fer càlculs llargs, emmagatzemar dades, fer representacions gràfiques...). En aquesta ocasió, els ordinadors es presenten com a element que pot ampliar les pràctiques afegint-ne de noves, com programar, dissenyar algorismes o verificar software, entre d'altres. A més, no només s'amplia el ventall de pràctiques que realitzen els matemàtics, sinó també la magnitud de les veritats matemàtiques que es poden conèixer: amb força computacional podem arribar a conèixer propietats de nombres que sobrepassen la capacitat humana de concebre'ls o de representar-los en un temps o espai a escala humana.

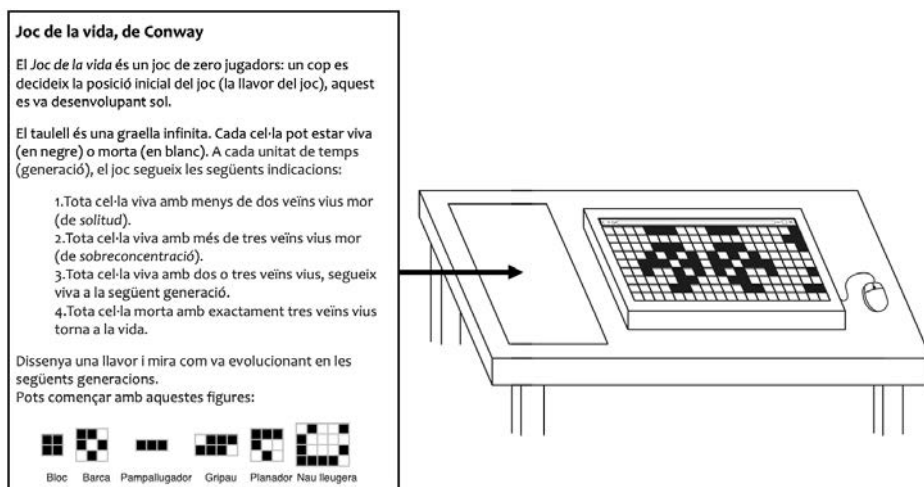


Fig.13. Material manipulable i activitat del mòdul «Ordinadors».

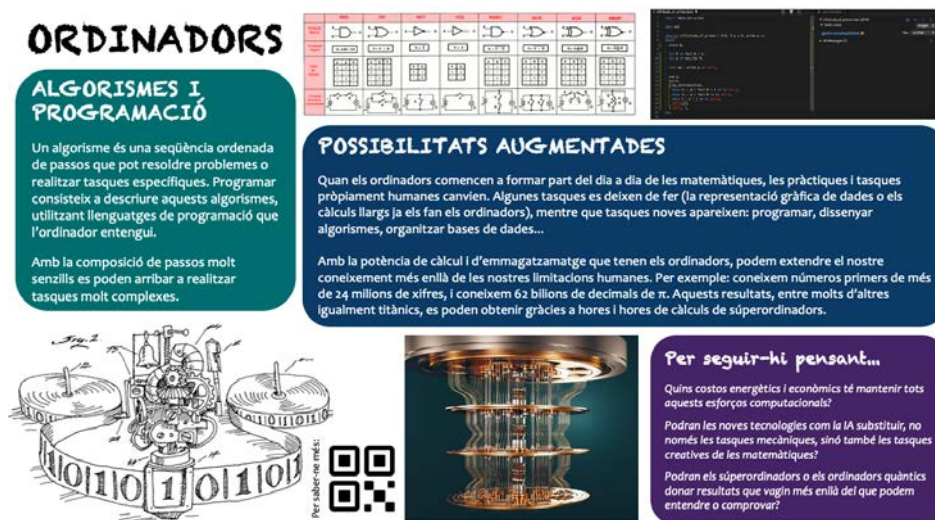


Fig. 14. Plafó sobre la història de les matemàtiques del mòdul «Ordinadors».

Per altra banda, el contingut específic del mòdul, el *Joc de la vida* de Conway, permet introduir el concepte de màquina universal de Turing, ja que n'és una (Rendell, 2014). Aquest concepte és al seu torn una porta a la història: tant a la història dels ordinadors, com a la història del mateix Alan Turing i l'entramat polític del context en què desenvolupà les seves aportacions pràctiques i teòriques.

Finalment, és interessant concloure (tant aquest mòdul com l'exposició) amb una bateria de preguntes obertes per motivar una reflexió ulterior. Aquestes preguntes poden plantejar-se per problematitzar qüestions econòmiques i de recursos, o la qüestió de com ens posicionem respecte al progrés tecnològic, entre d'altres.

Reflexions finals

Recapitulant, podem afirmar que aquest treball ha mostrat una manera en què la materialitat de la pràctica matemàtica històrica es podria museïtzar de manera coherent amb els museus interactius de matemàtiques. Això s'ha fet seleccionant un conjunt d'objectes representatius de la cultura material de la pràctica matemàtica (suports d'inscripció de la matemàtica antiga, àbacs, compassos, pissarres, targetes perforades, calculadores i ordinadors) a partir dels quals s'han dissenyat mòduls manipulatius amb reptes matemàtics. A més, aquesta aproximació ha buscat transmetre la idea que les matemàtiques no són només un corpus de coneixement textual, independent de l'experiència i ahistòric, sinó un coneixement construït a través de pràctiques socials i històriques, mediatades per la materialitat. Això s'ha fet visibilitzant reflexions pròpies de la recerca historiogràfica que supera l'enfocament tradicional d'història de les idees.

D'aquest esforç d'integració s'espera que destaquï el valor dels següents aspectes. En primer lloc, es pot destacar la tria dels objectes com a esforç de selecció. Per començar, la selecció neix d'una aposta per reivindicar uns estudis propis d'una historiografia que supera la història de les idees, hegemònica fins fa poques dècades: els estudis de la cultura material. Aquest treball ha volgut ser també un petit pas per començar a equilibrar la balança entre les matemàtiques i les ciències empíriques en termes de presència de la cultura material en la recerca i en l'imaginari. L'experiència de fer matemàtiques amb els objectes seleccionats en un museu de matemàtiques ha d'aconseguir que, quan la gent imagini una persona fent matemàtiques, es puguin imaginar objectes i accions (com manipular un àbac, programar, traçar diagrames amb compassos), com anàlogament en física és present la imatge del científic o científica observant a través d'un instrument o en química és paradigmàtica la imatge de la manipulació de provetes en un laboratori.

Finalment, s'ha volgut que la selecció dels set objectes dels mòduls siga representativa (cobrint diferents èpoques i diferents relacions amb la pràctica), però no exhaustiva. Complementar la llista amb altres objectes queda com a tasca pendent per ampliar la proposta i la història de la cultura material.

En segon lloc, es pot destacar la forma de la presentació d'aquests objectes. No s'ha buscat només comunicar la presència d'objectes en la història, mostrant-los simplement, sinó que s'ha volgut comunicar com la manipulació d'aquests elements de materialitat resulten determinants de la forma de certes experiències i pràctiques matemàtiques. Això s'aconsegueix amb un règim tàctil d'exhibició en què s'acompanyin els visitants a realitzar una pràctica matemàtica efectivament determinada per la materialitat. I és precisament el sentit del tacte el que ve exigit per la naturalesa material dels objectes. Tot i que en alguns dels mòduls dissenyats no es poden percebre moltes de les qualitats materials dels objectes originals històrics com la textura o el pes (ja que es prioritza que siguin rèpliques no patrimonials, còmodament manipulables per tots els públics), el tacte i les mans són el canal pel qual s'interactua amb el mòdul (especialment en mòduls com la pissarra, els suports d'inscripció o els àbacs). La naturalesa activa de la pràctica matemàtica demana que la visita sigui també activa per part del visitant, fent de la interactivitat un bon marc per la proposta. I dins la diversitat de formes que pot prendre la interacció, s'ha optat per la proposta de reptes matemàtics que guien (però no constrenyen) l'activitat que han de fer els visitants, una activitat on la manipulació de l'objecte és imprescindible i determina les possibilitats de la pràctica: no es pot fer una bisecció d'un angle sense instruments i, precisament, els instruments determinen com es traça aquesta recta; no es pot activar el *Joc de la vida* de Conway sense l'ordinador on està programat i, precisament, és en l'objecte on es defineixen els paràmetres; és la pissarra i no un altre suport com la tauleta d'argila que possibilita la col·laboració entre visitants, però és en les propietats materials de la tauleta d'argila i no en les de la pissarra que hi ha la possibilitat de fer permanent la inscripció o que determina fins i tot la notació.

En tercer lloc, s'espera que la voluntat de superar les preocupacions teòriques, cristallint-les en una proposta implementable, pugui ser valuosa per al desenvolupament dels museus de matemàtiques en dos sentits. Per una banda, la forma de la proposta d'aquest treball es diferencia respecte a la majoria de museus de matemàtiques actuals a l'hora d'incorporar-hi la història. Tant per la presència que se li dona (buscada en poques ocasions com a objectiu dels museus) com per la centralitat d'aquesta presència i la no subordinació d'aquesta, en forma d'annex presentat amb uns recursos diferents de la museografia. Tampoc no és una proposta d'incorporar les matemàtiques en un museu d'història, sinó d'incorporar la història en un museu de matemàtiques de manera integrada. S'ha treballat així en continuïtat amb els mòduls del MMACA i altres museus: posant en joc habilitats de raonament i coneixements matemàtics. I precisament s'ha integrat la història fent que aquests jocs i habilitats i coneixements es treballin realitzant una pràctica matemàtica determinada per objectes històrics reals (en lloc d'objectes creats *ad hoc* i descontextualitzats).

Per altra banda, aquesta incorporació de la història no rema en una altra direcció diferent de la de les funcions principals que ja tenen museus com el MMACA: la comunicació de la història pot contribuir en l'assoliment de funcions que els museus sí que reconeixen explícitament com a pròpies com, paradigmàticament, la promoció d'una imatge social positiva de les matemàtiques i la funció educativa.

Respecte a la promoció de la imatge positiva de les matemàtiques, la història en pot proporcionar una diferent de l'habitual: la imatge ahistòrica i protagonitzada per l'abstracció pot rebatre's amb una aproximació històrica a les influències culturals, als subjectes individuals i les comunitats que han desenvolupat les matemàtiques, a les pràctiques situades (moltes d'elles quotidianes), a les aplicacions dels descobriments... En la proposta aquí presentada i, més explícitament, a través dels plafons s'ha explorat l'origen arrelat a necessitats quotidianes amb l'ús d'àbacs, s'ha aportat perspectiva de gènere recuperant tasques anònimes com les de les calculadores humanes i sabers matemàtics en l'àmbit domèstic, s'ha reivindicat la recerca matemàtica com a tasca col·lectiva... Això ha permès humanitzar les matemàtiques i mostrar-les implicades en i hereves d'una realitat material que implica subjectes i relacions socials rellevants, no anecdòtiques, en el desenvolupament de les idees (traient-la del pedestal de la ahistoricitat i abstracció que acompanya la imatge de «ciència pura»).

Per altra banda, en relació amb la funció educativa, actualment, els centres educatius tenen l'obligació d'incorporar la història de les matemàtiques a l'aula, tal com indiquen els currículums del Departament d'Educació.²⁰ Així, en la tasca de donar suport als centres

20. A l'apartat d'orientacions metodològiques de l'àmbit de matemàtiques del document *Currículum per Educació Primària* s'hi indica: «Les situacions quotidianes, les culturalment significatives, les principals temàtiques de les diverses disciplines, però també els jocs i les pròpies matemàtiques, i en particular la seva història, han de ser les fonts que ens proporcionin els contextos més rellevants per aprendre matemàtiques». A l'àmbit matemàtic del *Currículum per Educació Secundària Obligatoria* la història de les matemàtiques apareix nombroses vegades, tant en els continguts com en els criteris d'avaluació.

docents, resulta pertinent que els museus ofereixin recursos amb aquests continguts, enfortint vincles entre educació formal i educació informal (Soto i Espido, 1999).

Finalment, i més enllà de l'abast limitat d'aquest article, s'obren diverses línies de treball i recerca futures que podrien complementar o ampliar la proposta aquí presentada.

En primer lloc, una continuació natural seria la implementació concreta de la unitat expositiva. Fins ara, la proposta només ha estat presentada al MMACA, on ha rebut una bona acollida, però resta pendent la seva posada en pràctica. Aquesta fase requerirà un treball detallat de disseny i confecció dels objectes, distribució de l'espai expositiu, l'elaboració de materials complementaris i recursos digitals, així com la planificació d'un sistema d'avaluació que permeti recollir dades sobre la recepció i l'impacte de la proposta, entre d'altres. A més, caldrà tenir en compte qüestions logístiques i econòmiques, com el pressupost, la promoció i els recursos humans necessaris per dur-la a terme.

En segon lloc, cal subratllar que aquesta proposta no pretén ser ni única ni definitiva. El model d'unitat expositiva centrat en la cultura material de les matemàtiques és només una (de tantes!) formes que pot adoptar la integració de la història de les matemàtiques en contextos museístics. Hi ha marge per explorar altres formats i dispositius museogràfics, així com altres enfocaments historiogràfics. Per exemple, es podrien desenvolupar propostes basades en la cultura visual, en relats interdisciplinaris o en aproximacions des de la història cultural o postcolonial, ampliant així el ventall de narratives i experiències que els museus poden oferir.

Finalment, també hi ha molt camí per recórrer des del punt de vista de la recerca teòrica. Seria pertinent aprofundir en l'anàlisi dels museus de matemàtiques actuals a partir de les eines dels *museum studies*, amb l'objectiu d'afinar el diagnòstic dels seus règims d'exhibició, de la seva concepció d'interactivitat i del seu model comunicatiu. Aquest podria ser només un primer pas per desenvolupar una literatura específica sobre els museus de matemàtiques, encara molt escassa, però amb potencial per esdevenir un camp d'estudi fèrtil. Preguntes com quin patrimoni (material o immaterial) posseeixen aquests museus, quina imatge de les matemàtiques transmeten, com comuniquen el coneixement abstracte a través de dispositius empírics, quin paper juga la manipulació i la visualitat en la seva proposta educativa o quin lloc ocupen com a institucions científiques al segle XXI, poden obrir noves vies d'investigació rellevants tant per a la museologia com per a la història de la ciència.

Aquest treball conclou amb la voluntat d'haver estat un petit pas en la reivindicació dels museus de matemàtiques com a objecte d'estudi i, principalment, d'haver estat un exercici suggeridor de comunicació de la història de les matemàtiques que superi la tradicional història de les idees, tot presentant la complexitat social i històrica que envolta la cultura material d'aquesta ciència, que és menys pura i abstracta, i més tangible i a l'abast de les mans, del que se sol pensar.

Bibliografia

- ARTEMEVA, Natasha; FOX, Janna (2011). «The writing's on the board: The global and the local in teaching undergraduate mathematics through chalk talk». *Written Communication*, 28 (4), p. 345-379.
- BARANY, Michael J. (2010). *Mathematical Research in Context*. (Unpublished MSc dissertation) University of Edinburgh Graduate School of Social and Political Science. <https://mbarany.com/EdinburghDissertation.pdf> (Data de consulta: 05/05/2025)
- BARANY, Michael J. (2020). «Histories of mathematical practice: reconstruction, genealogy, and the unruly pasts of ruly knowledge». *ZDM*, 52 (6), p. 1075-1086.
- BARANY, Michael. J.; MACKENZIE, Donald (2014). «Chalk: Materials and concepts in mathematics research». *Representation in scientific practice revisited*, 107-130.
- BENNETT, Jim (2011). «Early Modern Mathematical Instruments». *Isis*, 102, p. 697-705.
- BENNETT, Tony (1995). *The Birth of the Museum: History, Theory, Politics*. Londres: Routledge.
- BENNETT, Tony (2018). *Museums, power, knowledge: Selected essays*. Londres: Routledge.
- BLANCO ABELLÁN, Mónica (2015). «On gardeners, dukes and mathematical instruments». *Bulletin of the Scientific Instrument Society*, 125, p. 22-28.
- BENNETT, Tony (2016). «Of the use of the "English sector" in trigonometry: What amount of mathematical training was necessary in the 18th century». *History and Pedagogy of Mathematics. Proceedings of the 2016 ICME satellite meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics*, p. 316-325.
- BOUCARD, Jenny; MOREL, Thomas. (2022). «New Objects, Questions, and Methods in the History of Mathematics». *Histories*, 2, p. 341-351.
- CALINGER, Ronald (1999). *A Contextual History of Mathematics to Euler*. Upper Saddle River NJ: Prentice Hall.
- CAMPBELL-KELLY, Martin; CROARKEN, Mary; FLOOD, Raymond; ROBSON, Eleanor. (eds.) (2007). *The History of Mathematical Tables. From Sumer to Spreadsheets*. Oxford: Oxford University Press.
- CERVELLÓ, Josep. (2005). «Los orígenes de la escritura en Egipto: entre el registro arqueológico y los planteamientos historiográficos». A: G. CARRASCO, Gregorio [et al.] (eds.). *Escrituras y lenguas del Mediterráneo en la antigüedad*. Conca: Universidad de Castilla - La Mancha, p. 191-239.
- CHELMA, Karine (ed.). (2012). *The history of mathematical proof in ancient traditions*. Cambridge: Cambridge University Press.
- D'ALESSANDOR, William (2019). «Explanation in mathematics: Proofs and practice». *Philosophy Compass*, 14 (11), e12629.
- D'AMBROSIO, Ubiratan (1985). «Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics». *For the learning of Mathematics*, 5(1), p. 44-48.
- DE TOFFOLI, Silvia (2022). «What are mathematical diagrams?». *Synthese*, 200 (2), p. 86.
- DORCE POLO, Carlos (2014). *Història de la matemàtica: Des de Mesopotàmia fins al Renaixement*. Barcelona: Universitat de Barcelona.
- EDGERTON, David (2007). *The Shock of the Old: Technology and Global History since 1900*. Nova York: Oxford University Press.
- ESSINGER, James (2004). *Jacquard's web: How a hand-loom led to the birth of the information age*. Oxford University Press.
- FERREIRÓS, José (2016). *Mathematical knowledge and the interplay of practices*. Princeton: Princeton University Press.
- FRIEDMAN, Alan J. (2010). «The evolution of the science museum». *Physics today*, 63 (10), p. 45-51.
- FRIEDMAN, Michael (2018). *History of Folding in Mathematics: Mathematizing the Margins*. Cham: Springer.
- GRAY, Jeremy (2011). «History of mathematics and history of science reunited?». *Isis*, 102 (3), p. 511-517.
- GREIFFENHAGEN, Christian (2014). «The materiality of mathematics: Presenting mathematics at the blackboard». *The British Journal of Sociology*, 65 (3), p. 502-528.
- KJELDSSEN, Tinne Hoff (2018). «Creating inquiry-reflective learning environments in mathematics through history and original sources». A: AUVINET J.

- [et al.] (eds.). *Circulation: mathématiques, histoire, enseignement*. Limoges: PULIM Presses, p. 13-29.
- MACDONALD, Sharon (ed.) (1998). *The politics of display: Museums, science, culture*. Londres: Routledge.
- MACDONALD, Sharon (ed.) (2006). *A Companion to Museum Studies*. Oxford: Blackwell Ltd.
- MEHRTENS, Herbert (1980). «Workshop on the Social History of Mathematics (West Berlin, 5-8 July, 1979)». *Social Studies of Science*, 10 (1), p. 121-125.
- MENNINGER, Karl (1969). *Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers*. Cambridge MA: MIT Press.
- NETZ, Reviel (1999). *The Shaping of deduction in Greek mathematics : a study in cognitive history*. Cambridge: Cambridge University Press.
- RADER, Karen A.; CAIN, Victoria E. M. (2014). *Life on display: revolutionizing U.S. museums of science and natural history in the twentieth century*. Chicago – Londres: The University of Chicago Press.
- RENDELL, Paul (2014). *Turing machine universality of the game of life*. [Tesi doctoral]. Bristol: University of the West of England.
- ROBSON, Eleanor (1999). *Mesopotamian mathematics, 2100-1600 BC : technical constants in bureaucracy and education*. Oxford: Clarendon Press.
- ROBSON, Eleanor; STEDALL, Jacqueline (eds.) (2009). *The Oxford handbook of the history of mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- ROSSITER, Margaret W. (1980). «“Women’sWork” in Science, 1880–1910». *Isis*, 71, p. 381–398.
- ROWE, David E.; DAUBEN, Joseph W. (2024). *A Cultural History of Mathematics* (6 vol.). Londres: Bloomsbury Publishing.
- SAITO, Fumikazo (2012). «History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework». *Educação Matemática Pesquisa*, 14 (3), p. 363-385.
- SASTRE-JUAN, Jaume (2016). «La inocencia de pulsar un botón: una mirada histórica y crítica a los orígenes de la interactividad en los museos de ciencia». *Investigación y ciencia*, p. 12-13.
- SASTRE-JUAN, Jaume (2021). «“Science in action”: The politics of hands-on display at the New York Museum of Science and Industry». *History of Science*, 59 (2), p. 155-178.
- SASTRE-JUAN, Jaume (2025). «Un innocent presse-bouton: pour une histoire politique de l’«interactivité» dans les musées de science». A: BERGERON, Andrée; BIGG, Charlotte (eds.). *Les mises en scène des sciences et leurs enjeux politiques et culturels (19è-21è siècles)*. Paris: Presses du Muséum National d’Histoire Naturelle.
- SHETTERLY, Margot Lee (2016). *Hidden Figures. The American Dream and the Untold Story of the Black Women Who Helped Win the Space Race*. Nova York: William Morrow.
- SHINN, Terry; WHITLEY, Richard P. (eds.) (1985). *Expository science: Forms and functions of popularisation*. Springer Science & Business Media.
- SMITH, Laurajane (2006). *Uses of Heritage*. Londres: Routledge.
- SOLSONA PAIRÓ, Núria (2003). *El saber científico de las mujeres*. Madrid: Talasa.
- SOTO, José Roberto; ESPIDO, Xosefa Eva (1999). «La educación formal, no formal e informal y la función docente». *Innovación educativa*, 9, p. 311-323.
- STEDALL, Jacqueline (2012). *The History of Mathematics: A Very Short Introduction*. Oxford – Nova York: Oxford University Press.
- VERDEJO, Amelia (2017). *Mujeres matemáticas: las grandes desconocidas*. Vigo: Universidade de Vigo.
- VOLKOV, Alexei; FREIMAN, Viktor (2018). *Computations and Computing Devices in Mathematics Education Before the Advent of Electronic Calculators*. Cham: Springer.
- WALLACE, Mike (1996). «Progress Talk: Museums of Science, Technology and Industry». A: WALLACE, Mike. *Mickey Mouse History and Other Essays on American Memory*. Philadelphia: Temple University Press, p. 76-85.
- WEBB, Stephen (2018). *Clash Of Symbols: A Ride Through The Riches Of Glyphs*. Cham: Springer.
- WITCOMB, Andrea (2006). «Interactivity: Thinking Beyond». A: MACDONALD, Sharon (ed.). *A Companion to Museum Studies*. Oxford: Blackwell Ltd.